2024 年湖南省中考数学试卷-参考答案

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．在日常生活中，若收入 300 元记作 +300 元，则支出 180 元应记作 (　　)

A．+180 元　　B．+300 元　　C．-180 元　　D．-480 元

【解析】“正”和“负”相对，所以，若收入 300 元记作 +300 元，则支出 180 元应记作 -180 元.

故选：C .

2．据《光明日报》2024 年 3 月 14 日报道：截至 2023 年末，我国境内有效发明专利量达到 401.5 万件，高价值发明专利占比超过四成，成为世界上首个境内有效发明专利数量突破 400 万件的国家．将 4015000 用科学记数法表示应为 (　　)

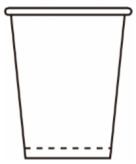
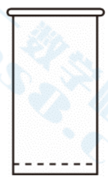
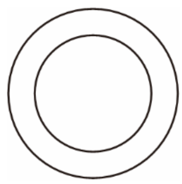
A．0.4015×10^{7}　　B．4.015×10^{6}　　C．40.15×10^{5}　　D．4.015×10^{7}

【解析】$4015000=4.015\times10^{6}$.

故选：B .

3．如图，该纸杯的主视图是 (　　)

主视方向

A. 　B. 　C. 　D. 

【解析】从正面看，可得选项 A 的图形.

故选：A .

4．下列计算正确的是 (　　)

A．$3a^{2}-2a^{2}=1$　　B．$a^{3}\div a^{2}=a(a\neq0)$　　C．$a^{2}\cdot a^{3}=a^{6}$　　D．$(2a)^{3}=6a^{3}$

【解析】A 、$3a^{2}-2a^{2}=a^{2}$ ，原计算错误，不符合题意；

B 、$a^{3}\div a^{2}=a(a\neq0)$ ，正确，符合题意；

C 、$a^{2}\cdot a^{3}=a^{5}$ ，原计算错误，不符合题意；

D 、$(2a)^{3}=8a^{3}$ ，原计算错误，不符合题意.

故选：B .

5．计算 $\sqrt{2}\times\sqrt{7}$ 的结果是 (　　)

A．$2\sqrt{7}$　　B．$7\sqrt{2}$　　C．14　　D．$\sqrt{14}$

【解析】$\sqrt{2}\times\sqrt{7}=\sqrt{14}$.

故选：D .

6．下列命题中，正确的是 (　　)

A．两点之间，线段最短　　B．菱形的对角线相等

C．正五边形的外角和为720°　　D．直角三角形是轴对称图形

【解析】A、两点之间，线段最短，命题正确，符合题意；

B、菱形的对角线互相垂直，但不一定相等，故本选项命题错误，不符合题意；

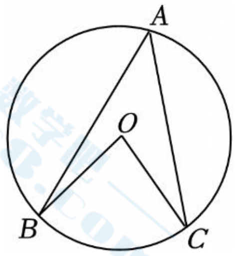
C、正五边形的外角和为360°，故本选项命题错误，不符合题意；

D、直角三角形不一定是轴对称图形，故本选项命题错误，不符合题意；

故选：A．

7．如图，AB，AC为$\odot O$的两条弦，连接OB，OC，若$\angle A=45^{\circ}$，则$\angle BOC$的度数为(　　)

A．60°　　B．75°　　C．90°　　D．135°



【解析】$\because \overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BC}$，

$\therefore \angle A=\dfrac{1}{2}\angle BOC$．

又$\because \angle A=45^{\circ}$，

$\therefore \angle BOC=2\times 45^{\circ}=90^{\circ}$．

故选：C．

8．某班的5名同学1分钟跳绳的成绩（单位：次）分别为：179，130，192，158，141．这组数据的中位数是(　　)

A．130　　B．158　　C．160　　D．192

【解析】先将上述数据按照从小到大的顺序排列：130，141，158，179，192，

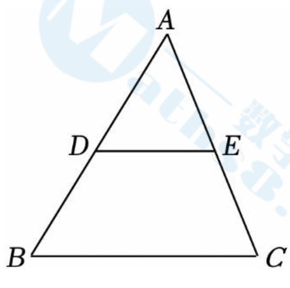
$\therefore$这组数据的中位数是158，

故选：B．

9．如图，在$\triangle ABC$中，点D，E分别为边AB，AC的中点．下列结论中，错误的是(　　)

A．$DE//BC$　　B．$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$

C．$BC=2DE$　　D．$S_{\triangle ADE}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle ABC}$



【解析】$\because$点D，E分别为边AB，AC的中点，

$\therefore DE$是$\triangle ABC$的中位线，

$\therefore DE//BC$，$BC=2DE$．

故A、C选项不符合题意．

$\because DE//BC$，

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$．

故B选项不符合题意．

$\because \triangle ADE\backsim\triangle ABC$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=(\dfrac{DE}{BC})^{2}=\dfrac{1}{4}$，

则$S_{\triangle ADE}=\dfrac{1}{4}S_{\triangle ABC}$．

故D选项符合题意．

故选：D．

10．在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 $P(x,y)$，若 x， y 均为整数，则称点 P 为“整点”，特别地，当 $\dfrac{y}{x}$（其中 $xy\neq 0$）的值为整数时，称“整点” P 为“超整点”．已知点 $P(2a-4,a+3)$ 在第二象限，下列说法正确的是(　　)

A． $a<-3$

B．若点 P 为“整点”，则点 P 的个数为 3 个

C．若点 P 为“超整点”，则点 P 的个数为 1 个

D．若点 P 为“超整点”，则点 P 到两坐标轴的距离之和大于 10

【解析】$\because$ 点 $P(2a-4,a+3)$ 在第二象限，

$\therefore \begin{cases}2a-4<0\\a+3>0\end{cases}$，解得： $-3<a<2$，

故选项 A 不正确，不符合题意；

$\because$ 点 $P(2a-4,a+3)$ 为“整点”，

$\therefore a$ 为整数，

又 $\because -3<a<2$，

$\therefore a=-2$， -1， 0， 1，

当 $a=-2$ 时， $2a-4=-8$， $a+3=1$，此时点 $P(-8,1)$；

当 $a=-1$ 时， $2a-4=-6$， $a+3=2$，此时点 $P(-6,2)$；

当 $a=0$ 时， $2a-4=-4$， $a+3=3$，此时点 $P(-4,3)$；

当 $a=1$ 时， $2a-4=-2$， $a+3=4$，此时点 $P(-2,4)$；

$\therefore$ “整点” P 的个数是 4 个，

故选项 B 不正确，不符合题意；

根据“超整点”的定义得：当 $a=1$ 时，点 $P(-2,4)$ 是“超整点”，

$\therefore$ 点 P 为“超整点”，则点 P 的个数为 1 个，

故选项 C 正确，符合题意；

当点 P 为“超整点”，则点 P 到两坐标轴的距离之和为： $|-2|+|4|=6$，

故选项 D 不正确，不符合题意．

故选： C．

二、填空题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。

11．计算： $-(-2024)=$ __2024__．

【解析】 $-(-2024)=2024$，

故答案为：2024．

12．有四枚材质、大小、背面图案完全相同的中国象棋棋子“車”，“馬”，“炮”，“帥”，将它们背面朝上任意放置，从中随机翻开一枚，恰好翻到棋子“帥”的概率是 __$\dfrac{1}{4}$__．

【解析】$\because$ 共有四枚棋子，“帥”有一个，

∴从中随机翻开一枚，恰好翻到棋子“帥”的概率是$\frac{1}{4}$.

故答案为：$\frac{1}{4}$.

13．分式方程$\frac{2}{x+1}=1$的解为 __$x=1$__.

【解析】方程的两边同乘$(x+1)$，得

$2=x+1$，

解得$x=1$.

检验：把$x=1$代入$(x+1)=2\neq0$.

∴原方程的解为：$x=1$.

14．若等腰三角形的一个底角的度数为$40°$，则它的顶角的度数为 __100__ °.

【解析】由题知，

∵等腰三角形的一个底角的度数为$40°$，

∴这个等腰三角形的另一个底角的度数为$40°$，

∴等腰三角形的顶角的度数为：$180°-2\times40°=100°$.

故答案为：100.

15．若关于x的一元二次方程$x^2-4x+2k=0$有两个相等的实数根，则k的值为 __2__.

【解析】∵关于x的一元二次方程$x^2-4x+2k=0$有两个相等的实数根，

∴$\triangle=b^2-4ac=16-8k=0$，

解得：$k=2$.

故答案为：2.

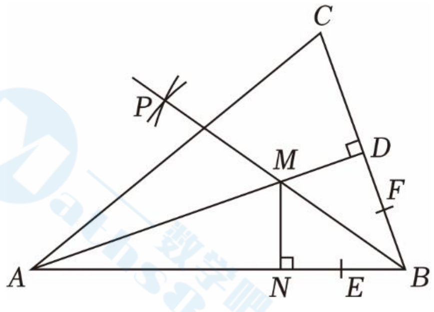
16．在一定条件下，乐器中弦振动的频率f与弦长l成反比例关系，即$f=\frac{k}{l}$(k为常数，$k\neq0$)．若某乐器的弦长l为0.9米，振动频率f为200赫兹，则k的值为 __180__.

【解析】当$l=0.9$，$f=200$时，$200=\frac{k}{0.9}$，

∴$k=180$.

故答案为：180.

17．如图，在锐角三角形ABC中，AD是边BC上的高，在BA，BC上分别截取线段BE，BF，使$BE=BF$；分别以点E，F为圆心，大于$\frac{1}{2}EF$的长为半径画弧，在$\angle ABC$内，两弧交于点P，作射线BP，交AD于点M，过点M作$MN\perp AB$于点N．若$MN=2$，$AD=4MD$，则$AM=$ __6__，



【解析】由作图过程可知，BP 为 $\angle ABC$ 的平分线，

$\because AD$ 是边 BC 上的高，

$\therefore AD \perp BC$，

$\because MN \perp AB$，

$\therefore MD = MN = 2$．

$\therefore AD = 4MD = 8$，

$\therefore AM = AD - MD = 6$．

故答案为：6．

18．如图，图 1 为《天工开物》记载的用于舂(chōng)捣谷物的工具——“碓(duì)”的结构简图，图 2 为其平面示意图．已知 $AB \perp CD$ 于点 B， AB 与水平线 l 相交于点 O， $OE \perp l$．若 $BC = 4$ 分米， $OB = 12$ 分米， $\angle BOE = 60^\circ$，则点 C 到水平线 l 的距离 CF 为 __$(6-2\sqrt{3})$__分米（结果用含根号的式子表示）．

图1

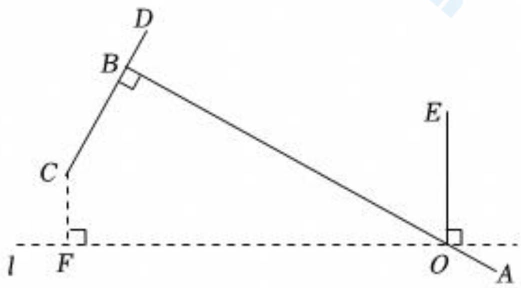


图2

【解析】延长 DC 交 l 于点 H， 连接 OC，

在 $Rt\triangle OBH$ 中， $\angle BOH = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$， $OB = 12dm$，

$\therefore BH = 12 \times \tan 30^\circ = 4\sqrt{3}(dm)$， $OH = 8\sqrt{3}(dm)$，

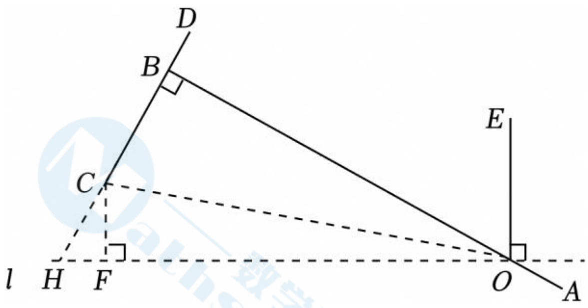
$\because S_{\triangle OBH} = S_{\triangle OCH} + S_{\triangle OBC}$，

$\therefore \frac{1}{2}OB \cdot BH = \frac{1}{2}OH \cdot CF + \frac{1}{2}OB \cdot BC$，

$\therefore \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 12 = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times CF + \frac{1}{2} \times 12 \times 4$，

$\therefore CF = (6-2\sqrt{3})(dm)$，

故答案为：$(6-2\sqrt{3})$．



三、解答题：本题共 8 小题，共 66 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

19．（6 分）计算：$|-3|+(-\frac{1}{2})^0+\cos60°-\sqrt{4}$．

【解析】原式$=3+1+\frac{1}{2}-2$

$=\frac{5}{2}$．

20．（6 分）先化简，再求值：$\frac{x^2-4}{x^2}\cdot\frac{x}{x+2}+\frac{3}{x}$，其中$x=3$．

【解析】原式$=\frac{(x+2)(x-2)}{x^2}\cdot\frac{x}{x+2}+\frac{3}{x}$

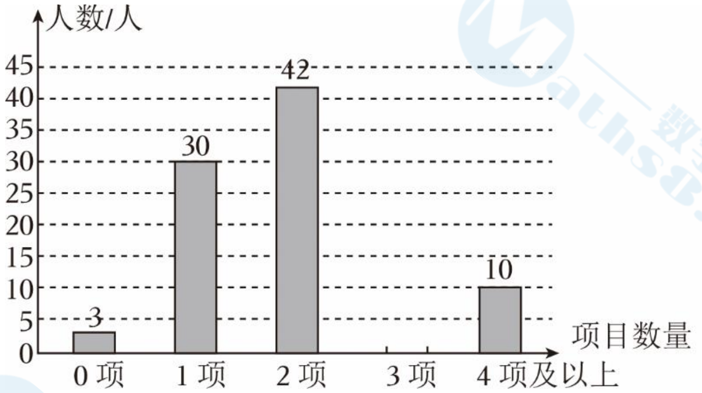
$=\frac{x-2}{x}+\frac{3}{x}$

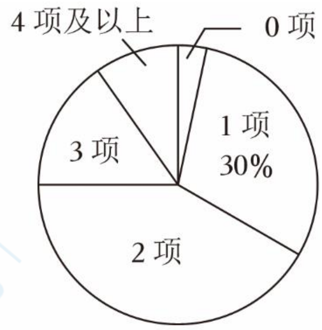
$=\frac{x+1}{x}$，

当$x=3$时，

原式$=\frac{3+1}{3}=\frac{4}{3}$．

21．（8 分）某校为了解学生五月份参与家务劳动的情况，随机抽取了部分学生进行调查．家务劳动的项目主要包括：扫地、拖地、洗碗、洗衣、做饭和简单维修等．学校德育处根据调查结果制作了如下两幅不完整的统计图：





请根据以上信息，解答下列问题：

（1）本次被抽取的学生人数为 __100__ 人；

（2）补全条形统计图；

（3）在扇形统计图中，“4 项及以上”部分所对应扇形的圆心角度数是 ____°；

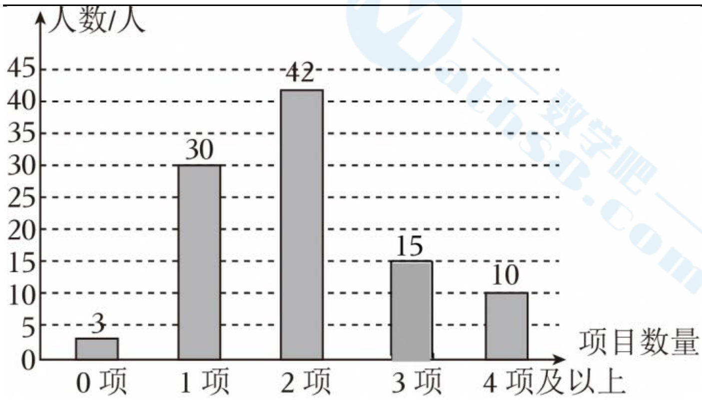
（4）若该校有学生 1200 人，请估计该校五月份参与家务劳动的项目数量达到 3 项及以上的学生人数．

【解析】（1）本次被抽取的学生人数为：$30\div30\%=100$（人），

故答案为：100；

（2）“3 项”的人数为：$100-3-30-42-10=15$（人），

补全条形统计图如下：



（3）在扇形统计图中，“4 项及以上”部分所对应扇形的圆心角度数是$360^\circ\times\dfrac{10}{100}=36^\circ$，

故答案为：36；

（4）$1200\times\dfrac{15+10}{100}=300$（人），

答：估计该校五月份参与家务劳动的项目数量达到 3 项及以上的学生人数大约为 300 人．

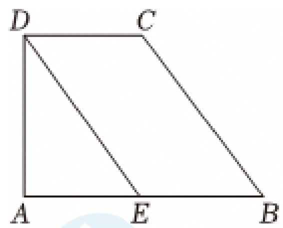
22．（8 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB//CD$，点 E 在边 AB 上，__①或②__．

请从“①$\angle B=\angle AED$；②$AE=BE$，$AE=CD$”这两组条件中任选一组作为已知条件，填在横线上（填序号），再解决下列问题：

（1）求证：四边形 $BCDE$ 为平行四边形；

（2）若 $AD\perp AB$，$AD=8$，$BC=10$，求线段 AE 的长．

【解析】（1）选择①或②，证明如下：



选择①，$\because\angle B=\angle AED$，

$\therefore BC//DE$，

$\because AB//CD$，

$\therefore$四边形 $BCDE$ 为平行四边形；

选择②，$\because AE=BE$，$AE=CD$，

$\therefore BE=CD$，

$\because AB//CD$，

$\therefore$四边形 $BCDE$ 为平行四边形；

故答案为：①或②；

（2）由（1）可知，四边形 $BCDE$ 为平行四边形，

$\therefore DE=BC=10$，

$\because AD\perp AB$，

$\therefore\angle A=90^\circ$，

$\therefore AE=\sqrt{DE^2-AD^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$，即线段 AE 的长为 6．

23．（9 分）某村决定种植脐橙和黄金贡柚，助推村民增收致富．已知购买 1 棵脐橙树苗和 2 棵黄金贡柚树苗共需 110 元；购买 2 棵脐橙树苗和 3 棵黄金贡柚树苗共需 190 元．

（1）求脐橙树苗和黄金贡柚树苗的单价；

（2）该村计划购买脐橙树苗和黄金贡柚树苗共 1000 棵，总费用不超过 38000 元，问最多可以购买脐橙树苗多少棵？

【解析】（1）设脐橙树苗的单价为 x 元，黄金贡柚树苗的单价为 y 元，

由题意得：$\begin{cases}x+2y=110\\2x+3y=190\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=50\\y=30\end{cases}$，

答：脐橙树苗的单价为 50 元，黄金贡柚树苗的单价为 30 元；

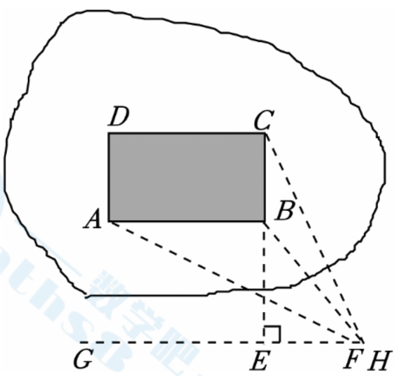
（2）设可以购买脐橙树苗 m 棵，则购买黄金贡柚树苗 $(1000-m)$ 棵，

由题意得：$50m+30(1000-m)\leqslant 38000$，

解得：$m\leqslant 400$，

答：最多可以购买脐橙树苗 400 棵.

24．（9 分）某数学研究性学习小组在老师的指导下，利用课余时间进行测量活动.

活动主题		测算某水池中雕塑底座的底面积
测量工具		皮尺、测角仪、计算器等
活动过程	模型抽象	某休闲广场的水池中有一雕塑，其底座的底面为矩形 $ABCD$，其示意图如下： 
	测绘过程与数据信息	①在水池外取一点 E，使得点 C，B，E 在同一条直线上； ②过点 E 作 $GH\perp CE$，并沿 EH 方向前进到点 F，用皮尺测得 EF 的长为 4 米； ③在点 F 处用测角仪测得 $\angle CFG=60.3^\circ$，$\angle BFG=45^\circ$，$\angle AFG=21.8^\circ$； ④用计算器计算得：$\sin 60.3^\circ\approx 0.87$，$\cos 60.3^\circ\approx 0.50$，$\tan 60.3^\circ\approx 1.75$， $\sin 21.8^\circ\approx 0.37$，$\cos 21.8^\circ\approx 0.93$，$\tan 21.8^\circ\approx 0.40$．

请根据表格中提供的信息，解决下列问题（结果保留整数）：

（1）求线段 CE 和 BC 的长度；

（2）求底座的底面 $ABCD$ 的面积.

【解析】（1）$\because GH\perp CE$，EF 的长为 4 米，$\angle CFG=60.3^\circ$，

$\therefore \tan\angle CFE=\tan 60.3^\circ=\dfrac{CE}{EF}\approx 1.75$，

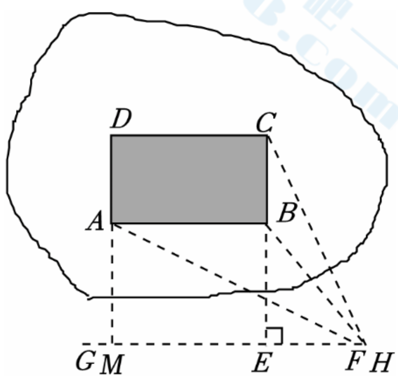
$\therefore CE=7$（米）；

$\because \angle BFG=45^\circ$，

$\therefore BE=EF=4$ 米，

$\therefore CB=CE-BE=3$（米）；

（2）过点 A 作 $AM\perp GH$ 于点 M，如图所示：



$\because \angle AFG=21.8^\circ$，

$\therefore \tan\angle AFG=\tan 21.8^\circ=\dfrac{AM}{MF}\approx 0.4$，

$\because AM=BE=4$米，

$\therefore MF=10$米，

$\therefore AB=ME=10-4=6$米，

$\therefore$底座的底面$ABCD$的面积为：$3\times 6=18$（平方米）．

25．（10分）已知二次函数$y=-x^2+c$的图象经过点$A(-2,5)$，点$P(x_1, y_1)$，$Q(x_2, y_2)$是此二次函数的图象上的两个动点．

（1）求此二次函数的表达式；

（2）如图1，此二次函数的图象与x轴的正半轴交于点B，点P在直线AB的上方，过点P作$PC\perp x$轴于点C，交AB于点D，连接AC，DQ，PQ．若$x_2=x_1+3$，求证：$\dfrac{S_{\triangle PDQ}}{S_{\triangle ADC}}$的值为定值；

（3）如图2，点P在第二象限，$x_2=-2x_1$，若点M在直线PQ上，且横坐标为x_1-1，过点M作$MN\perp x$轴于点N，求线段MN长度的最大值．

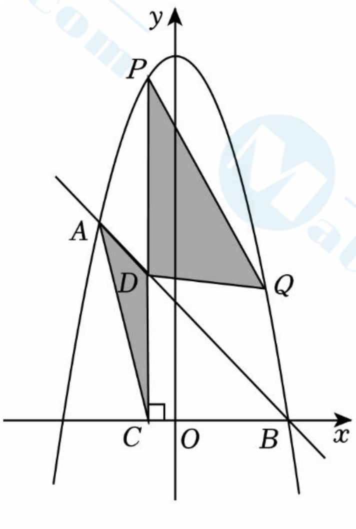


图1

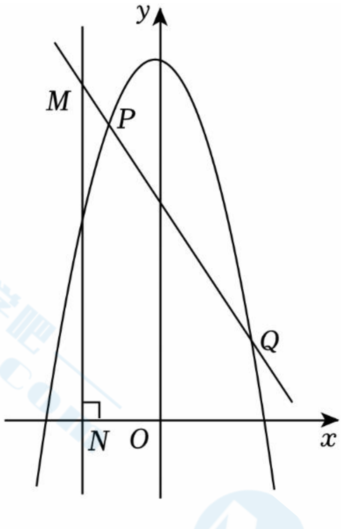


图2

【解析】（1）解：将点A的坐标代入抛物线表达式得：$5=-4+c$，

则$c=9$，

即抛物线的表达式为：$y=-x^2+9$；

（2）证明：令$y=-x^2+9$，则$x=\pm 3$，则点$B(3,0)$，

由点A、B的坐标得，直线AB的表达式为：$y=-x+3$，

设点P、Q、D的表达式分别为：$(x_1, -x_1^2+9)$、$(x_2, -x_2^2+9)$、$(x_1, -x_1+3)$，

则$S_{\triangle PDQ}=\dfrac{1}{2}\times PD\times(x_Q-x_P)=\dfrac{1}{2}\times(-x_1^2+9+x_1-3)(x_2-x_1)=\dfrac{3}{2}(-x_1^2+x_1+6)$，

同理可得：$S_{\triangle ADC}=\dfrac{1}{2}\times CD\times(x_D-x_A)=\dfrac{1}{2}(-x_1^2+x_1+6)$，

则$\dfrac{S_{\triangle PDQ}}{S_{\triangle ADC}}=3$为定值；

（3）解：点 P 、 Q 的坐标分别为：$(x_1$， $-x_1^2+9)$、 $(-2x_1$， $-4x_1^2+9)$，

由点 P 、 Q 的坐标得，直线 PQ 的表达式为： $y=x_1(x-x_1)-x_1^2+9=xx_1-2x_1^2+9$，

则 $MN=y_M=(x_1-1)x_1-2x_1^2+9=-(x_1+\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{37}{4}\leqslant\dfrac{37}{4}$，

故 MN 的最大值为： $\dfrac{37}{4}$.

26． （10 分）【问题背景】

已知点 A 是半径为 r 的 $\odot O$ 上的定点，连接 OA，将线段 OA 绕点 O 按逆时针方向旋转 $\alpha(0^\circ<\alpha<90^\circ)$ 得到 OE，连接 AE，过点 A 作 $\odot O$ 的切线 l，在直线 l 上取点 C，使得 $\angle CAE$ 为锐角.

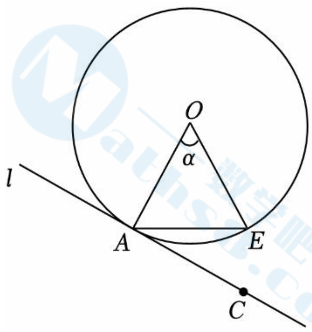


图1

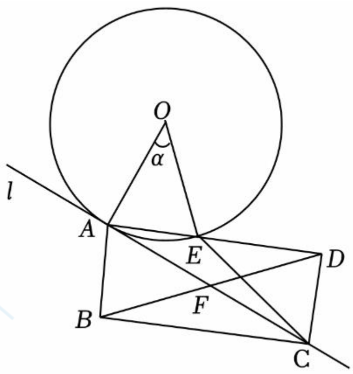


图2

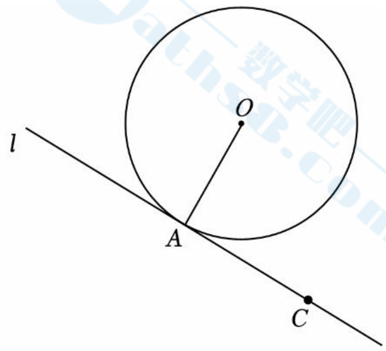


图3

【初步感知】

（1）如图 1，当 $\alpha=60^\circ$ 时， $\angle CAE=$ __30__ $^\circ$；

【问题探究】

（2）以线段 AC 为对角线作矩形 $ABCD$，使得边 AD 过点 E，连接 CE，对角线 AC， BD 相交于点 F .

①如图 2，当 $AC=2r$ 时，求证：无论 α 在给定的范围内如何变化， $BC=CD+ED$ 总成立；

②如图 3，当 $AC=\dfrac{4}{3}r$， $\dfrac{CE}{OE}=\dfrac{2}{3}$ 时，请补全图形，并求 $\tan\alpha$ 及 $\dfrac{AB}{BC}$ 的值.

【解析】（1）解： $\because \alpha=60^\circ$， $OA=OE$，

$\therefore \angle OAE=\angle OEA=\alpha=60^\circ$，

$\because AC$ 与圆相切，

$\therefore \angle OAC=90^\circ$，

$\therefore \angle CAE=30^\circ$.

故答案为：30.

（2）证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形， $AC=2r$，

$\therefore OA=OE=CF=DF=r$，

$\because \angle OAC=\angle ADC=90^\circ$，

$\therefore \angle OAE+\angle CAD=\angle ACD+\angle CAD$，

$\therefore \angle OAE=\angle ACD$，

$\because OA=OE$， $CF=DF$，

$\therefore \angle OAE=\angle OEA=\angle ACD=\angle CDF$，

在△ OAE 和△ FCD 中，

$\begin{cases}\angle OEA=\angle FDC\\ \angle OAE=\angle FCD\\ OA=CF\end{cases}$，

$\therefore\triangle OAE\cong\triangle FCD(AAS)$，

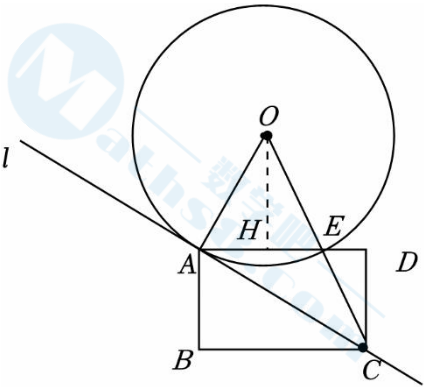
$\therefore AE=CD$，

$\because AD=AE+ED$，

$\therefore BC=CD+ED$．

即无论α在给定的范围内如何变化，$BC=CD+ED$总成立．

（3）解：补全图形如图，



$\because AC$是切线，

$\therefore\angle OAC=90^{\circ}$，

$\because AC=\dfrac{4}{3}r$，

$\therefore\tan\angle AOC=\dfrac{AC}{OA}=\dfrac{4}{3}$，

设$OA=3m$，则$AC=\dfrac{4}{3}r=4m$，$OC=5m$，

$\because\dfrac{CE}{OE}=\dfrac{2}{3}$，$OE=OA=3m$，

$\therefore CE=2m$，$OE+CE=5m=OC$，

即点E在线段OC上，

$\therefore\tan\alpha=\tan\angle AOC=\dfrac{4}{3}$．

法一：如图，过O作$OH\perp AE$，垂足为H，则$AH=EH$，

$\because\angle OHE=90^{\circ}=\angle D$，$\angle OEH=\angle CED$，

$\therefore\triangle OEH\backsim\triangle CED$，

$\therefore\dfrac{EH}{ED}=\dfrac{OE}{CE}=\dfrac{3}{2}$，

设$EH=AH=3a$，则$DE=2a$，

$\therefore AD=AH+EH+ED=8a$，

在$Rt\triangle ACD$中，$CD^2=AC^2-AD^2=16m^2-64a^2$，

在$Rt\triangle CED$中，$CD^2=CE^2-ED^2=4m^2-4a^2$，

$\therefore 16m^2-64a^2=4m^2-4a^2$，解得 $a=\frac{\sqrt{5}}{5}m$，

$\therefore BC=AD=\frac{8\sqrt{5}}{5}m$，$CD=\sqrt{CE^2-DE^2}=\frac{4\sqrt{5}}{5}m=AB$，

$\therefore \frac{AB}{BC}=\frac{\frac{4\sqrt{5}}{5}m}{\frac{8\sqrt{5}}{5}m}=\frac{1}{2}$.

法二：由 $OH//CD$，得 $\angle DCE=\angle HOE=\angle CAD$，证$\triangle CAD\backsim\triangle ECD$，

直接得到 $\frac{CD}{AD}=\frac{CE}{AC}=\frac{2m}{4m}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{AB}{BC}=\frac{1}{2}$.