

2026 年湖南省中考数学试卷-参考答案

一、选择题: 本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) 某品牌三角板的售价是每副 3 元, 则买 a 副这样的三角板需要 ()

- A. $3a$ 元 B. $(3+a)$ 元 C. a^3 元 D. $\frac{a}{3}$ 元

【解析】 由题知,
因为三角板的售价是每副 3 元,
所以买 a 副这样的三角板需要 $3a$ 元.
故选: A.

2. (3 分) 如图, 该电池的主视图是 ()



主视方向

- A. B. C. D.

【解析】 根据主视图的定义, 从正面观察, 可得选项 D 的图形.
故选: D.

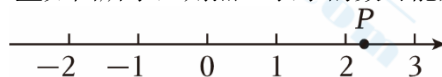
3. (3 分) 水的化学式是 H_2O , 其中氢元素的化合价是 +1, 氧元素的化合价是 -2. 计算 $(+1) \times 2 + (-2)$ 的结果是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【解析】 $(+1) \times 2 + (-2)$
 $= (+2) - 2$
 $= 0$.

故选: B.

4. (3 分) 已知点 P 在数轴上的位置如图所示, 则点 P 表示的数可能是 ()



- A. $\frac{4}{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\sqrt{5}$

【解析】 设点 P 表示的数是 x , 由数轴得 $2 < x < 3$,

$$\frac{4}{3} < 2, \sqrt{2} < 2, \frac{3}{2} < 2, 2 < \sqrt{5} < 3,$$

所以点 P 表示的数可能是 $\sqrt{5}$,

故选: D.

5. (3 分) 已知 $a > 0$, $b > 0$, 且 $(ab)^n = a^2b^2$, 则 n 的值是 ()

- A. -2 B. 2 C. 3 D. 4

【解析】 $\because (ab)^n = a^2b^2 (a > 0, b > 0)$,

$$\therefore n = 2,$$

故选: B.

6. (3 分) 若 $x=1$ 是分式方程 $\frac{2x+a}{x} = 3$ 的解, 则 a 的值是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【解析】 若 $x=1$ 是分式方程 $\frac{2x+a}{x} = 3$ 的解,

则 $2+a=3$,

解得: $a=1$,

故选: C.

7. (3分) 在四张完全相同的卡片正面分别印上“湘剧”“花鼓戏”“阳戏”“祁剧”的非遗知识. 将其背面朝上洗匀后随机抽取一张, 恰好抽中“湘剧”卡片的概率为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

【解析】 $\because$ 在四张完全相同的卡片正面分别印上“湘剧”“花鼓戏”“阳戏”“祁剧”的非遗知识, 将其背面朝上洗匀后随机抽取一张,

$\therefore$ 恰好抽中“湘剧”卡片的概率为 $\frac{1}{4}$,

故选: C.

8. (3分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 连接 BD . 若 $\angle A = \angle BDC = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $AB = AD$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $BC = 2AD$ B. $\angle ADC = 135^\circ$ C. $AD \parallel BC$ D. BD 平分 $\angle ABC$

【解析】 $\because BC = 2BD \neq 2AD$, 故 A 选项错误.

$\because \angle A = \angle BDC = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $AB = AD$,

$\therefore BC = 2BD$, $\angle CBD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, $\angle ABD = \angle ADB = 45^\circ$,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$, 故 B 选项正确;

$\because \angle CBD \neq \angle ADB$,

$\therefore AD$ 与 BC 不平行, 故 C 选项错误;

$\because \angle CBD \neq \angle ABD$,

$\therefore BD$ 不平分 $\angle ABC$, 故 D 选项错误;

故选: B.

9. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 直角三角形 ABC 的斜边 AB 经过原点 O , 连接 OC . 已知 $OA = OC$, 若点 A 的坐标为 $(1, 0)$, 则点 B 的坐标为 ()

- A. $(-1, 0)$ B. $(0, -1)$ C. $(0, 1)$ D. $(-\sqrt{2}, 0)$

【解析】 $\because$ 点 A 的坐标为 $(1, 0)$,

$\therefore OA = 1$,

由题意可知, $\angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle OCA + \angle OCB = 90^\circ$, $\angle OAC + \angle OBC = 90^\circ$,

$\because OA = OC$,

$\therefore \angle OCA = \angle OAC$,

$\therefore \angle OCB = \angle OBC$,

$\therefore OC = OB$,

$\therefore OB = OA = 1$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(-1, 0)$,

故选: A.

10. (3分) 门与两面墙的平面示意图如图所示, 墙 AC 与 AB 垂直, 门 CD 可绕 C 旋转, F 是门 CD 与门吸 EF 的接触点 (门吸指门页打开后吸住定位的装置), $EF \perp AB$ 于点 E . 已知 $AC = a$, $EF = b$, $\angle ACD = \alpha$, 且 $a > b$, 则门吸 EF 离墙 AC 的距离 AE 为 ()

- A. $a \cdot \tan \alpha$ B. $(a-b) \sin \alpha$ C. $(a-b) \cos \alpha$ D. $(a-b) \tan \alpha$

【解析】过点 F 作 $FG \perp AC$ 于点 G ,

$\because AC \perp AB$, $EF \perp AB$, $FG \perp AC$,

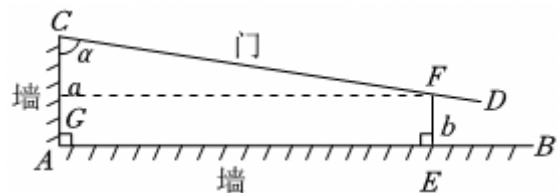
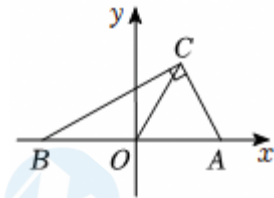
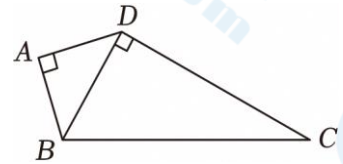
$\therefore$ 四边形 $AEFG$ 是矩形,

$\therefore AE = FG$, $AG = EF = b$,

$\because AC = a$,

$\therefore CG = AC - AG = a - b$,

在 $Rt \triangle CGF$ 中, $\angle GCF = \angle ACF = \alpha$,



$$\therefore \tan \alpha = \frac{GF}{CG},$$

$$\therefore FG = CG \tan \alpha = (a-b) \tan \alpha,$$

$$\therefore AE = FG = (a-b) \tan \alpha,$$

故选: D.

二、填空题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分.

11. (3 分) 化简: $3a + 2a = 5a$.

【解析】 $3a + 2a = (3+2)a = 5a$.

故答案为: $5a$.

12. (3 分) 因式分解: $t^2 - 25 = (t+5)(t-5)$.

【解析】 $t^2 - 25 = (t+5)(t-5)$,

故答案为: $(t+5)(t-5)$.

13. (3 分) 已知 $x^2 - 4x = 0$, 则代数式 $2x^2 - 8x + 2026$ 的值是 2026.

【解析】 $\because x^2 - 4x = 0$,

$$\therefore 2x^2 - 8x + 2026 = 2(x^2 - 4x) + 2026 = 2 \times 0 + 2026 = 2026,$$

故答案为: 2026.

14. (3 分) 如图, BD 是两个正六边形的公共边, A 和 C 是离 B 最远的顶点, 则 $\angle ABC = 120^\circ$.

【解析】 $\because$ 这两个多边形为正六边形,

$$\therefore \text{每一个内角是 } \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ,$$

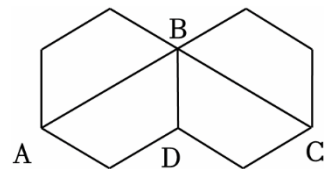
$\therefore \angle ABD$ 和 $\angle CBD$ 是正六边形的外角, 根据多边形的外角和为 360° ,

$$\therefore \text{每一个外角是 } \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ABD + \angle CBD = 120^\circ.$$

故答案为: 120° .



15. (3 分) 如图, $\odot O$ 的半径为 6, 若它的周长等于 AB 的长的 6 倍, 则阴影部分的面积为 6π .

【解析】由题知,

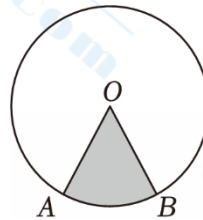
设 $\angle AOB$ 的度数为 n° ,

$$\text{则 } \frac{n \cdot \pi \cdot 6}{180} = \frac{1}{6} \times 2\pi \times 6,$$

解得 $n = 60$,

所以 $\angle AOB = 60^\circ$,

$$\text{所以阴影部分的面积为 } \frac{60 \cdot \pi \cdot 6^2}{360} = 6\pi.$$



故答案为: 6π .

16. (3 分) 如图, A, B, C 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 图象上三个不同的点, $AD \perp x$ 轴于点 D .

(1) 若 C 在 $\triangle OAD$ 的外接圆上, 且 A 点的坐标是 $(4, 2)$, 则 $\tan \angle OCD = \underline{2}$;

(2) 设 E 是线段 OA 的中点, 且 $BE \parallel y$ 轴. 若 $BE = mAD$, 则 $m = \underline{\quad}$.

【解析】(1) $\because AD \perp x$ 轴,

$$\therefore \angle ODA = 90^\circ, OD = 4, AD = 2,$$

$\because C$ 在 $\triangle OAD$ 的外接圆上, $\angle OCD, \angle OAD$ 所对圆弧均为 OD ,

$$\therefore \tan \angle OCD = \tan \angle OAD = \frac{OD}{AD} = 2,$$

故答案为: 2;

(2) 如图, 连接 BE 并延长, 交 x 轴于点 F ,

设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$,

由 E 是线段 OA 的中点得 $E(\frac{x_1}{2}, \frac{y_1}{2})$,

$\because AD \perp x$ 轴, $BE \parallel y$ 轴,

$\therefore AD \parallel BE$,

$\therefore B, E$ 两点横坐标相同,

$\therefore \frac{x_1}{2} = x_2$, 即 $x_1 = 2x_2$,

$\because A, B$ 都在反比例函数上,

$\therefore x_1 y_1 = x_2 y_2 = k$,

$\therefore y_1 = \frac{1}{2} y_2$, 即 $BF = 2AD$,

$\because AD \parallel BE$,

$\therefore \triangle OEF \sim \triangle OAD$,

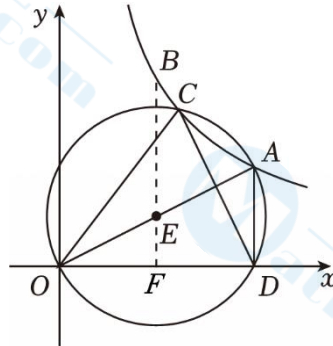
$\therefore \frac{EF}{AD} = \frac{OE}{OA} = \frac{1}{2}$,

$\therefore BF = BE + EF = BE + \frac{1}{2} AD = 2AD$

$\therefore BE = \frac{3}{2} AD$,

$\therefore m = \frac{3}{2}$,

故答案为: $\frac{3}{2}$.



三、解答题: 本题共 8 小题, 共 72 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17. (6 分) 计算: $2\sin 30^\circ + |-3| + 2^2$.

【解析】 $2\sin 30^\circ + |-3| + 2^2$

$$= 2 \times \frac{1}{2} + 3 + 4$$

$$= 1 + 3 + 4$$

$$= 8.$$

18. (6 分) 解不等式组: $\begin{cases} x-2 > 1 & \text{①} \\ 2(x+1) > 4 & \text{②} \end{cases}$.

【解析】 $\begin{cases} x-2 > 1 & \text{①} \\ 2(x+1) > 4 & \text{②} \end{cases}$,

解不等式①, 得 $x > 3$,

解不等式②, 得 $x > 1$,

所以不等式组的解集是 $x > 3$.

19. (8 分) 我国已有三代治沙人致力于沙漠改造, 他们采用科学治沙、绿色发展的理念开展治沙工作, 治沙成效大幅提升, 某地区三代治沙人共完成治沙面积 29 万亩, 比第一代治沙人治沙面积的 3 倍还多 5 万亩, 求第一代治沙人的治沙面积.

【解析】 设第一代治沙人的治沙面积为 x 万亩, 则三代治沙人的治沙面积为 $(3x+5)$ 万亩,

根据题意得: $3x+5=29$,

解得: $x=8$.

答: 第一代治沙人的治沙面积为 8 万亩.

20. (8 分) 如图, 在等腰 $\triangle OAB$ 中, $OA=OB$. 在 OA 上取一点 E , 以 O 为圆心, OE 的长为半径画弧,

数学吧——做专业、开放的数学平台! 为数学学习者、教学者、爱好者赋能!

交 OB 于点 F ；分别以 E, F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径画弧，在 $\angle AOB$ 内两弧交于点 P ；作射线 OP 交 AB 于点 C ；以 O 为圆心， OC 的长为半径作 $\odot O$ 。

(1) 求证： AB 与 $\odot O$ 相切；

(2) 已知 $OA=10, AB=12$ ，求 $\odot O$ 的半径。

【解析】(1) 证明：由作法得 OP 平分 $\angle AOB$ ，

$$\therefore OA=OB,$$

$$\therefore OC \perp AB,$$

$$\therefore OC \text{ 为半径,}$$

$$\therefore AB \text{ 与 } \odot O \text{ 相切;}$$

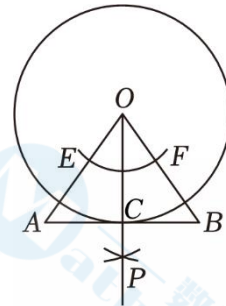
(2) 解： $\because OA=OB, OC \perp AB$ ，

$$\therefore AC=BC=\frac{1}{2}AB=6,$$

在 $Rt \triangle OAC$ 中， $\because OA=10, AC=6$ ，

$$\therefore OC=\sqrt{10^2-6^2}=8,$$

即 $\odot O$ 的半径为 8。



21. (10分) 科技创新，从“小”做起。某校举办校园科技节活动，为了解学生选择参与的科技活动项目的情况，随机抽取若干名学生进行问卷调查、所有问卷全部回收且有效，并对所得数据进行处理，部分信息如下：

调查问卷	整理与描述										
学生选择参与的科技活动项目调查问卷你选择参与的科技活动项目是() (单选题) A. 小发明 B. 小制作 C. 小实验 D. 小论文	学生选择参与的科技活动项目统计图 <table border="1"> <caption>学生选择参与的科技活动项目统计图数据</caption> <thead> <tr> <th>项目</th> <th>人数/人</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>15</td> </tr> </tbody> </table>	项目	人数/人	A	10	B	50	C	25	D	15
项目	人数/人										
A	10										
B	50										
C	25										
D	15										

请根据上述信息，回答下列问题：

(1) 本次问卷调查中，参与调查的学生有 100 人；

(2) 在扇形统计图中，项目 C 对应的圆心角的度数为 90°；

(3) 请补全条形统计图；

(4) 若该校有 1200 名学生，选择参与“小论文”项目的学生可能会被推荐为科技活动宣传员，请估计该校可能会被推荐为科技活动宣传员的学生人数；

(5) 该校准备给四个科技活动项目设置 80 个奖励名额，请你根据统计结果，合理分配每个活动项目的奖励名额。

【解析】(1) 根据项目 B 的人数和占比求出本次调查所抽取的学生人数为： $50 \div 50\% = 100$ (人)，即本次参与调查学生有 100 人，

故答案为：100；

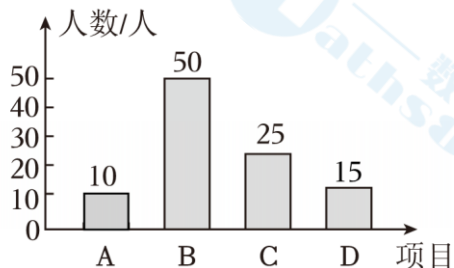
(2) 项目 C 对应的圆心角的度数为： $360^\circ \times \frac{25}{100} = 90^\circ$ ，

故答案为：90°；

(3) 项目 A 的人数为： $100 - 50 - 25 - 15 = 10$ (人)，

补全条形图：

学生选择参与的科技活动项目统计图



(4) 由题意得, 选择参与“小论文”项目的人数约为: $1200 \times \frac{15}{100} = 180$ (人);

(5) 分配给项目 A 的名额为: $80 \times \frac{10}{100} = 8$ (人);

分配给项目 B 的名额为: $80 \times 50\% = 40$ (人);

分配给项目 C 的名额为: $80 \times \frac{25}{100} = 20$ (人);

分配给项目 D 的名额为: $80 \times \frac{15}{100} = 12$ (人).

22. (10 分) 某中学为满足更多学生的阅读需求, 决定对阅读室现有桌椅摆放进行调整.

【数据收集】

图 1 是每套桌椅摆放示意图, 桌面是边长为 1.2 米的正方形 $ABCD$, 座椅预留活动空间为四个以桌边为斜边的等腰直角三角形. 如图 2, 该阅读室摆放了 5 行 8 列共 40 套桌椅 (阅读室门窗不影响桌椅摆放, 未绘制), 桌边平行于墙面, 相邻两排桌椅间的过道宽度均为 0.6 米, 靠墙座椅预留活动空间的直角顶点与墙壁无间隙.

【数据分析】

(1) 如图 1, 连接 FH , 则 $FH = \underline{2.4}$ 米, 取 $\sqrt{2} \approx 1.414$, $EH \approx \underline{\quad}$ 米 (结果保留一位小数);

(2) 求阅读室的长与宽;

【问题解决】

(3) 调整桌椅摆放方向如图 3 所示 (EH 平行于墙面), 阅读室可以容纳更多套桌椅. 如图 4, 相邻两排桌椅间的过道宽度仍为 0.6 米, 靠墙过道的宽度不低于 0.5 米, 请利用前面的计算结果, 判断阅读室能否摆下 60 套桌椅, 并说明理由.

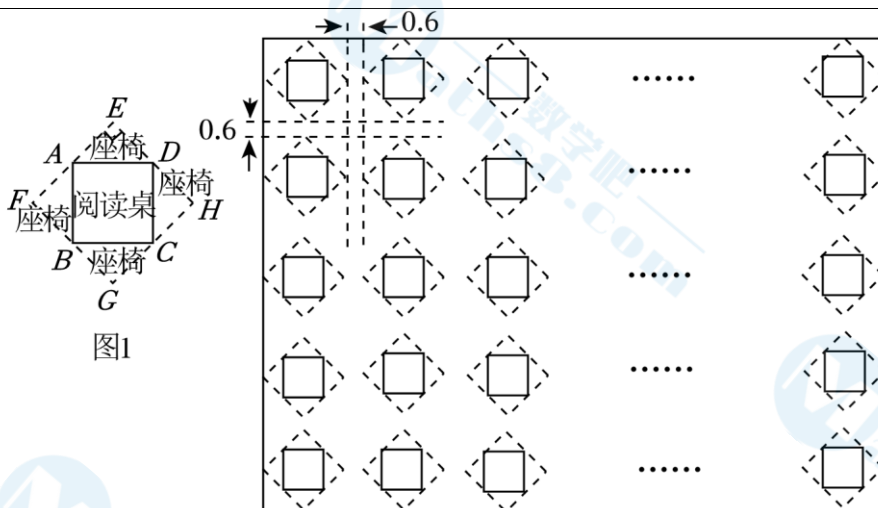


图1

图2

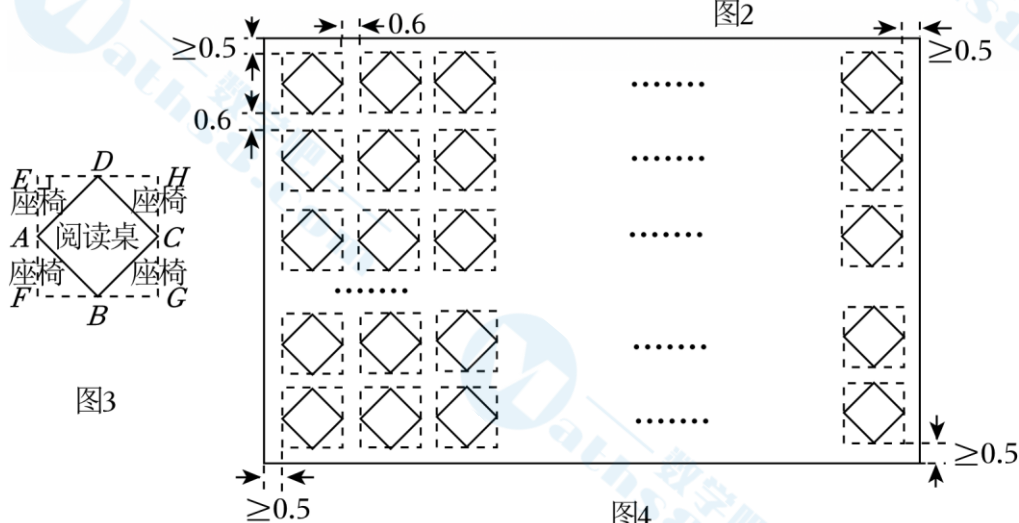


图3

图4

【解析】(1) $\because$ 座椅预留活动空间为四个以桌边为斜边的等腰直角三角形,

$$\therefore EA = FA = ED = DH, \angle E = 90^\circ,$$

$$\therefore FH = 2AD = 2.4 \text{ (米)}, EF = EH,$$

$$\therefore EF^2 + EH^2 = 2EH^2 = FH^2 = 2.4^2,$$

$$\therefore EH = \frac{2.4}{\sqrt{2}} \approx 1.7 \text{ (米)},$$

故答案为: 2.4, 1.7;

(2) 阅读室的长为 $2.4 \times 8 + 0.6 \times (8 - 1) = 23.4$ (米), 宽为 $2.4 \times 5 + 0.6 \times (5 - 1) = 14.4$ (米),

答: 阅读室的长为 23.4 米, 宽为 14.4 米;

(3) 可以摆下,

理由: 设横向摆放 x 套桌椅, 纵向摆放 y 套桌椅,

根据题意, 得 $1.7x + 0.6(x - 1) \leq 23.4 - 0.5 \times 2$,

解得 $x \leq 10$,

$\therefore$ 最大整数 x 为 10,

根据题意, 得 $1.7y + 0.6(y - 1) \leq 14.4 - 0.5 \times 2$,

$$\text{解得 } y \leq 6\frac{2}{23},$$

$\therefore$ 最大整数 y 为 6,

$$\therefore 10 \times 6 = 60,$$

$\therefore$ 可以摆下.

23. (12分) 如图1, 公路 l_1 与铁路 l_2 垂直交汇于河岸 O 点处, 公路 l_1 与河岸的另一交点为 A , 其中河岸 OCB 段为抛物线的一部分, AB 段为线段, $OA=7\text{km}$, $AB=5\text{km}$, 点 B 到公路 l_1 的距离 $BD=3\text{km}$, 抛物线的顶点 C 到公路 l_1 与铁路 l_2 的距离分别为 4km 与 2km . 当地政府为了振兴乡村经济, 拟开发河道与公路 l_1 围成的区域, 用于生态放牧. 为了放牧安全, 准备用栅栏与河道围成封闭区域, 如图2, 栅栏 EF 紧靠公路 l_1 (与公路 l_1 的距离忽略不计), 栅栏 $EH \perp EF$, 点 H 在该段抛物线上; 栅栏 $FG \perp EF$, 点 G 在线段 AB 上. 以点 O 为坐标原点, 直线 l_1 与 l_2 分别为 x 轴与 y 轴, 规定1个单位长度为 1km , 建立平面直角坐标系.

- (1) 请直接写出点 B 的坐标;
- (2) 分别求直线 AB 与抛物线 OCB 的函数表达式 (不要求写出自变量的取值范围);
- (3) 点 E 到铁路 l_2 的距离小于 1.5km , $EH=2FG$, 已知建 1km 长栅栏的各项开支为2万元, 建完栅栏需花费17万元. 求栅栏 EH 到铁路 l_2 的距离.

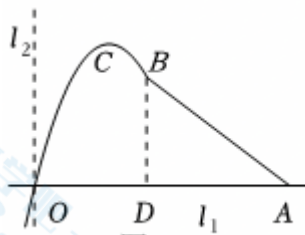


图1

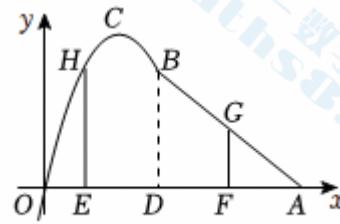


图2

【解析】 (1) $\because O$ 为原点, l_1 为 x 轴, $OA=7\text{km}$,

$$\therefore A(7,0),$$

$\because$ 点 B 到 l_1 的距离 $BD=3\text{km}$, $AB=5\text{km}$,

$$\therefore DA = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{km},$$

$$\therefore OD = OA - DA = 7 - 4 = 3\text{km},$$

$$\therefore B(3,3);$$

(2) 设直线 AB 的函数表达式为: $y=kx+b$,

$$\text{将 } A(7,0)、B(3,3) \text{ 代入得: } \begin{cases} 7k+b=0 \\ 3k+b=3 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k=-\frac{3}{4} \\ b=\frac{21}{4} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的函数表达式为: } y=-\frac{3}{4}x+\frac{21}{4},$$

$\because$ 顶点 C 到 l_1 的距离为 4km , 到 l_2 的距离为 2km ,

$$\therefore C(2,4),$$

$\therefore$ 设抛物线 OCB 的函数表达式为 $y=a(x-2)^2+4$,

$$\text{将 } O(0,0) \text{ 代入得 } 0=4a+4,$$

$$\text{解得: } a=-1,$$

$$\therefore y=-(x-2)^2+4=-x^2+4x,$$

$\therefore$ 抛物线 OCB 的函数表达式为: $y=-x^2+4x$;

(3) 建 1km 长栅栏的各项开支为2万元, 建完栅栏需花费17万元,

$$\therefore \text{栅栏总长为 } \frac{17}{2}\text{km},$$

$$\therefore HE+EF+FG=\frac{17}{2},$$

设点 E 的坐标为 $(e, 0)$, 且 $0 < e < 3$,

$\because$ 点 E 到铁路 l_2 的距离小于 1.5km ,

$$\therefore e < 1.5,$$

$\because$ 点 H 在抛物线 $y = -x^2 + 4x$ 上,

$$\therefore H(e, -e^2 + 4e),$$

$$\therefore HE = -e^2 + 4e,$$

设点 F 的坐标为 $(f, 0)$, 且 $f > e$,

$\because$ 点 G 在直线 $AB: y = -\frac{3}{4}x + \frac{21}{4}$ 上,

$$\therefore G(f, -\frac{3}{4}f + \frac{21}{4}),$$

$$\therefore FG = -\frac{3}{4}f + \frac{21}{4},$$

$$\because EH = 2FG,$$

$$\therefore -e^2 + 4e = 2(-\frac{3}{4}f + \frac{21}{4}),$$

$$\text{整理得: } f = \frac{2e^2 - 8e + 21}{3},$$

$$\text{又} \because EF = f - e,$$

$$\therefore HE + EF + FG = (-e^2 + 4e) + (f - e) + (-\frac{3}{4}f + \frac{21}{4}) = \frac{17}{2},$$

$$\text{将 } f = \frac{2e^2 - 8e + 21}{3} \text{ 代入, 整理得: } 5e^2 - 14e + 9 = 0,$$

$$\text{解得: } e_1 = 1, e_2 = \frac{9}{5},$$

$$\because e < 1.5,$$

$$\therefore e = \frac{9}{5} \text{ 不合题意, 舍去,}$$

$$\therefore e = 1,$$

$\therefore$ 栅栏 EH 到铁路 l_2 的距离为 1km .

24. (12分) 【问题背景】

如图 1, 给定平行四边形 $ABCD$, 点 P 是 AD 边上不与 A, D 重合的一动点. 如图 2, 作 $\triangle XYZ$, 使得 $XY = AD$, 且当点 P 运动时, 保持 $\angle X = \angle ABP$, $\angle Y = \angle DCP$.

【动手操作】

将 $\triangle XYZ$ 拼接于平行四边形 $ABCD$ 的上方:

操作一: 如图 3, 使点 X 与 A 重合, 点 Y 与 D 重合, 将此时的 Z 点记为 Q , 作 $QS \parallel AB$ 交 AD 于点 S ;

操作二: 如图 4, 使点 X 与 D 重合, 点 Y 与 A 重合, 将此时的 Z 点记为 R , 连接 RP .

【问题解决】

(1) 如图 1, 当 $\angle BPC = 80^\circ$ 时, $\angle APB + \angle DPC = \underline{100}^\circ$;

(2) 如图 3, 从结论①, ②中选一个给出证明:

① $\triangle ASQ \sim \triangle BAP$, ② $\triangle DSQ \sim \triangle CDP$;

(3) 如图 3, 在点 P 运动过程中, 探究线段 AP 与线段 DS 的数量关系, 并说明理由;

(4) 如图 4, 设 $AD = 4$, $AB = 3$, 当点 P 运动时, 求 $PR + PD$ 的最大值.

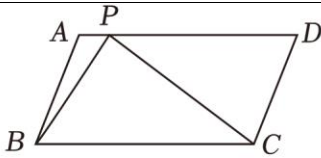


图1



图2

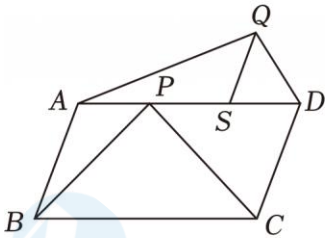


图3

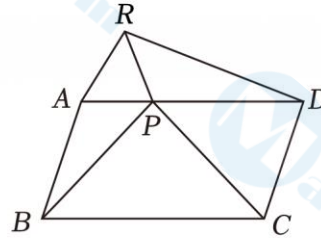


图4

【解析】 (1) $\because \angle BPC = 80^\circ$,
 $\therefore \angle APB + \angle DPC = 180^\circ - \angle BPC = 100^\circ$,
 故答案为: 100;

(2) 选择① $\triangle ASQ \sim \triangle BAP$,

证明: $\because QS \parallel AB$,

$\therefore \angle ASQ = \angle BAP$,

又 $\because \angle QAS = \angle ABP$,

$\therefore \triangle ASQ \sim \triangle BAP$;

选择② $\triangle DSQ \sim \triangle CDP$,

证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$, $AB = CD$,

又 $\because QS \parallel AB$,

$\therefore QS \parallel CD$,

$\therefore \angle QSD = \angle PDC$,

又 $\because \angle QDS = \angle DCP$,

$\therefore \triangle DSQ \sim \triangle CDP$;

(3) $AP = DS$, 理由:

$\because \triangle ASQ \sim \triangle BAP$, $\triangle DSQ \sim \triangle CDP$,

$\therefore \frac{SQ}{AP} = \frac{AS}{AB}$ ①, $\frac{SQ}{DP} = \frac{DS}{CD}$,

$\because AB = CD$,

$\therefore \frac{SQ}{DP} = \frac{DS}{AB}$ ②,

由①得 $AB \cdot SQ = AP \cdot AS$,

由②得 $AB \cdot SQ = DP \cdot DS$,

$\therefore AP \cdot AS = DP \cdot DS$,

$\therefore AP \cdot (AD - SD) = (AD - AP) \cdot DS$,

$\therefore AP \cdot AD - AP \cdot SD = AD \cdot DS - AP \cdot DS$,

$\therefore AP \cdot AD = AD \cdot DS$,

$\therefore AP = DS$;

(4) 根据题意, 得图 3 中 $\triangle ADQ$ 和图 4 中 $\triangle DAR$ 全等,

$\therefore DQ = AR$,

$\because$ 图 3 中 $\triangle DSQ \sim \triangle CDP$,

$$\therefore \frac{QD}{PC} = \frac{DS}{CD},$$

由 (3) 知: $AP = DS$,

$$\therefore \frac{AR}{PC} = \frac{AP}{CD},$$

又 $\because \angle RAP = \angle DCP$,

$\therefore \triangle ARP \sim \triangle CPD$,

$$\therefore \frac{AR}{PC} = \frac{AP}{DC} = \frac{PR}{PD},$$

设 $PD = x$, 则 $AP = 4 - x$,

$$\therefore \frac{4-x}{3} = \frac{PR}{x},$$

$$\text{解得 } PR = \frac{4x - x^2}{3},$$

$$\therefore PR + PD = \frac{4x - x^2}{3} + x$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{3}x$$

$$= -\frac{1}{3}\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{49}{12},$$

$$\therefore \text{当 } x = \frac{7}{2} \text{ 时, } PR + PD \text{ 取最大值为 } \frac{49}{12}.$$

关注“数学吧”公众号，更多资源共享！

